

基于图神经网络的桁架结构响应代理模型*

曹鸿猷¹, 张廷翌¹, 曾卓², 历明¹

1. 武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070
2. 中交武汉港湾工程设计研究院有限公司, 湖北 武汉 430040

摘要: 本文提出了一种基于图神经网络(GNN)的代理模型用于桁架结构响应预测。基于图论, 利用图表征方法描述桁架结构的拓扑特征和物理信息, 通过图卷积建立变量间的相关性实现基于结构几何与物理特征的训练空间降维; 此外, 在模型中引入注意力机制有效计入节点和边特征, 并基于单元刚度自适应地分配邻居节点及边的特征权重, 进而实现在训练过程中准确模拟结构中的力学传递路径。最后, 以 3 个具有 10、19 和 27 个变量的桁架结构为例, 对所提出模型预测精度进行了评估。结果表明: 随着训练样本数量的增加, GNN 模型的预测误差能显著降低; 且在样本量合适的前提下, 模型对于高维问题仍能获得极高的预测精度, 克服了传统代理模型在样本数量增长和处理高维问题时预测精度急剧下降的弊端。

关键词: 代理模型; 图神经网络; 结构分析; 预测精度; 计算效率

中图分类号: TU323.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2025)06-0102-09

Graph neural network-based surrogate modeling for truss structures response

CAO Hongyou¹, ZHANG Tingzhao¹, ZENG Zhuo², LI Ming¹

1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China
2. CCCC Wuhan Harbor Engineering Design and Research Institute Company Limited, Wuhan 430040, China

Abstract: A surrogate model based on graph neural networks (GNN) is proposed for truss structure response prediction. Based on graph theory, a graph representation method is employed to describe the topological characteristics and physical information of truss structures. Graph convolution is used to establish correlations among variables, achieving dimensionality reduction of the training space through structural geometric and physical features. Furthermore, an attention mechanism is integrated into the model to effectively incorporate node and edge features, with feature weights of neighboring nodes and edges adaptively assigned according to element stiffness, thereby accurately simulating force transmission paths during training. Three truss structures with 10, 19, and 27 design variables, respectively, serve as examples for evaluating prediction accuracy using the mean absolute percentage error metric. Comparative analysis indicates that the prediction error of the GNN model decreases significantly with an increasing number of training samples and remains exceptionally.

Key words: surrogate model; GNN; structural analysis; prediction accuracy; computational efficiency

* 收稿日期: 2025-07-24

录用日期: 2025-08-25

网络首发日期: 2025-09-30

基金项目: 国家自然科学基金(51978545)

作者简介: 曹鸿猷(1986年生), 男; 研究方向: 结构智能化设计; E-mail: caohongyou@whut.edu.cn



ZR20250140

代理模型作为一种通过少量样本数据构建的近似模型,凭借其高效性和较成本的优点,成为工程领域的一个重要方法(鲍跃全等,2019)。支持向量机(Lyu et al., 2021)、克里金模型(Kriging)(Zeng et al., 2023)、径向基函数(RBF)(王胜利等, 2024)和人工神经网络(ANN)(韩小雷等,2021)等常见代理模型技术已被广泛应用于结构优化(Kaveh, 2024)、健康监测(Zhao et al., 2024)、可靠性分析(Liu et al., 2024)、材料设计(冯德成等,2022)和岩土工程(毛凤山等,2020)等领域。然而,随着问题维度的增加,这些模型对样本点数量和训练时间的需求显著增加,进而影响了模型精度与可信度。值得注意的是,这些模型通常依靠纯数据驱动的方式进行结构特征提取,建模时彻底忽略了结构的拓扑关系及约束条件、刚度分布等关键物理信息,这种仅以变量作为输入的方式难以全面刻画结构特性。

图神经网络(GNN, graph neural network)的兴起为解决上述问题提供了一种新的途径。Sperduti et al. (1997)提出的递归神经网络旨在解决基于图结构数据的机器学习问题。该方法将输入数据视为有向无环图,并通过预处理将其“压扁”成实数向量进行计算。Gori et al.(2005)首次提出了GNN的概念。Scarselli et al.(2008)进一步阐述了GNN的核心思想,提出了基于循环神经网络的迭代信息传播方法,通过传播邻近节点的信息来学习目标节点的表示。与传统方法将图转换为向量表示的做法不同,GNN能够有效保留图的拓扑结构,增强了捕捉结构节点与单元之间复杂相互作用的能力,从而显著提升了模型的性能。

此后,关于GNN的新模型不断涌现。Kipf et al.(2016)人提出了图卷积网络(GCN),将卷积神经网络的思想应用于图结构数据,通过卷积操作学习节点表征,从而捕捉节点的局部结构信息,并在多个任务中取得了卓越的性能。Hamilton et al.(2017)提出的Graph-SAGE框架,能够高效利用节点特征生成节点嵌入。Veličković et al.(2017)则创新性地引入注意力机制,提出了图注意力网络(GAT)。Gilmer et al.(2017)将消息传递神经网络(MPNN)纳入基于空间的GCN框架,将图卷积视为消息传递过程,通过聚合邻接节点的特征向量来生成新的节点表示。

上述研究表明,基于GNN的模型通过将结构转化为图数据形式,能够有效捕捉结构的拓扑信息及其关键物理特征。这些独特的特点使得GNN在工

程结构领域引起了大家的关注。Li et al.(2023)提出一种基于GNN的结构动力响应预测模型,验证了GNN在结构动力学建模中的应用前景。Cao et al.(2024)提出基于顶点的GNN代理模型,通过图表征与消息传递高效处理高维结构优化问题,并在25维、59维等桁架结构优化问题中展现出显著优于传统方法的性能。宋凌寒等(2024)提出一种理论驱动的弹性结构图神经网络模型StructGNN-E,通过将3大力学方程与深度学习推理相结合,实现了无外部标签数据支持的任意杆系结构的弹性内力分析。樊健生等(2024)提出可微分结构优化范式,通过构建结构体系的图数据表征模型,耦合深度学习代理模型的可微分特性,实现超多维设计变量的梯度驱动优化。Xia et al.(2025)提出基于GNN的剪力墙与梁联合智能设计法,通过构建联合图表征、用Graph-SAGE算法学习拓扑特征并结合工程规则优化,解决了两者独立设计忽略耦合关系的问题。

当前,多数GNN变体(如GAT)在消息传递阶段主要依赖节点特征,而忽略了边特征。尤其是对工程结构具有重要物理意义的单元刚度信息。同时,在高维结构响应预测中,如何兼顾预测精度与计算效率仍是突出问题。因此,本文建立了一种基于GNN的适用于桁架结构的代理模型。该方法利用图表征方法描述桁架结构的拓扑特征和物理信息,并在模型中引入注意力机制有效计入节点和边特征,同时提出基于单元刚度自适应地分配邻居节点及边的特征权重的方法,能有效的提升模型对结构物理特征的描述能力。

1 基于结构拓扑特征的图表征

图1展示了2个拓扑特征不同但设计变量相同(均为5个构件截面面积)的桁架结构。传统代理模型通常将设计变量作为独立输入,未考虑结构拓扑差异,因此可能将两者视为相同的求解问题。这种忽略拓扑特征的做法在高维问题中尤易导致预测结果与实际情况产生较大偏差。

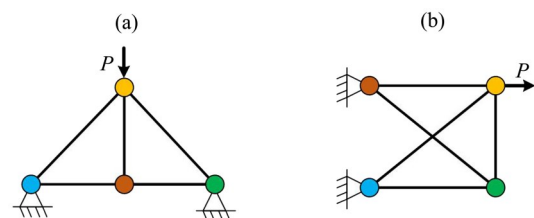


图1 2种不同拓扑关系的桁架结构

Fig. 1 Two truss structures with different topologies

与此不同, GNN 能够通过图数据建模, 有效捕捉结构系统中节点和单元之间的拓扑关系与物理属性。图数据是一种包含节点和边信息的数据, 可以由 $G = \{N, E\}$ 来定义, 其中 N 是一个具有 t 个节点的集合 $\{n_1, n_2, \dots, n_t\}$, E 是由 m 条边组成的集合 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 。集合 E 中的元素表示集合 N 中的两个节点之间的连接关系, 可以记为 $e_k = e_{ij} = (n_i, n_j)$ 。连接两个节点的边称为相邻边。节点之间的连接可通过邻接矩阵 D_{ij} 表示:

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, & n_i \text{ 与 } n_j \text{ 相邻,} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

除了节点和边之间的连接关系外, 节点和边的属性也是重要信息。在图的表示中, 节点和边的属性不仅补充了节点之间的连接关系, 还能更全面地描述图的特性。

如图 2 所示, 集合 $N = \{n_1, n_2, \dots, n_4\}$ 包含结构中的各个节点、集合 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_5\}$ 表示各单元之间的连接。每个节点的特征通常包括以下两个方面: 1) 节点的空间位置坐标, 表示为 $[x_i, y_i]$; 2) 节点的约束条件, 定义为 $[D_{x_i}, D_{y_i}]$, 节点的荷载条件, 描述为 $[F_{x_i}, F_{y_i}]$ 。除节点特征外, 边特征同样具有重要的物理属性, 通常通过边特征矩阵表示。边的几何属性包括横截面积 A 、长度 L 、弹性模量 E 和空间方向 $\cos \theta = (x_i - x_j)/L$ 等, 其中 x_i 和 x_j 分别表示边末端节点的坐标。

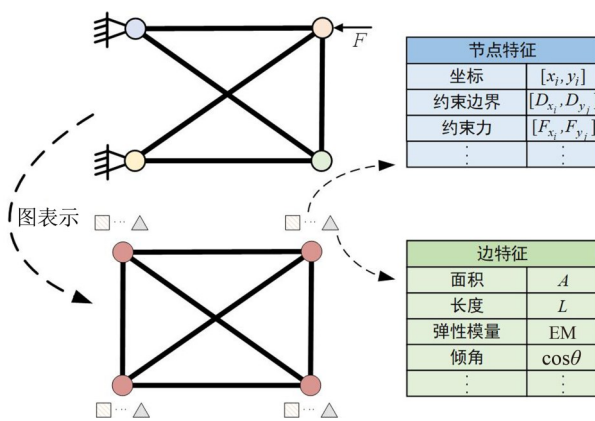


图 2 桁架结构的图表征

Fig. 2 Graph representation of truss structures

基于该图表征方法, 能够系统地提取桁架结构的拓扑信息和物理特性, 能清晰表征节点与单元间的连接关系, 更通过结合节点和边的属性描述了整个结构的物理信息。

2 图神经网络代理模型

2.1 基本原理

如图 3 所示, 传统 GNN 框架将原始结构转换为图数据, 通过整合结构的拓扑信息, 捕获节点和单元之间的复杂联系, 并采用消息传递机制来逐步丰富每个节点的特征表示。在消息传递机制过程中, 每个节点从其相邻节点聚合信息, 不断更新自身特征, 进而生成新的特征向量。在进行 k 次聚合迭代后, 通过合并其 k 跳邻居的特征来变换中心节点的特征向量, 从而提升对整体结构特性的表征能力。

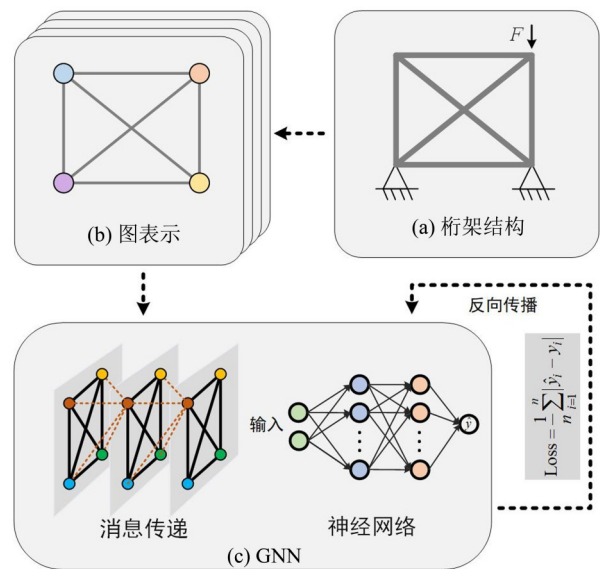


图 3 图神经网络计算框架

Fig. 3 GNN computing framework

GNN 的进一步迭代通常采用多个全连接层来预测节点回归任务中原始函数的响应, 并利用损失函数作为优化目标来提高模型的预测精度, 从而在训练过程中不断调整网络参数, 以更准确地逼近结构响应的真实分布。

2.2 基于刚度自适应加权的图神经网络层

在多数 GNN 变体中, GAT 作为一种基于空间域的图卷积模型, 直接在图的空域内对节点及其邻居进行加权聚合, 允许为邻居节点分配不同的权重, 适用于具有不同连接度的图结构。

传统 GAT 模型通过以下公式聚集相邻节点的特征来更新中心节点的特征。首先通过比较不同节点间的注意系数, 经激活函数归一化完全展开, 得到注意系数 a_{ij}^k :

$$a_{ij}^k = \frac{\exp\left[\text{LeakyReLU}\left(\vec{a}^{(k)\text{T}}\left[\mathbf{W}^k \mathbf{h}_{n_i} \parallel \mathbf{W}^k \mathbf{h}_{n_j}\right]\right)\right]}{\sum_{r \in N(n_i)} \exp\left[\text{LeakyReLU}\left(\vec{a}^{(k)\text{T}}\left[\mathbf{W}^k \mathbf{h}_{n_i} \parallel \mathbf{W}^k \mathbf{h}_{n_r}\right]\right)\right]},$$

式中 $\mathbf{W}^k \in R^{d' \times d}$ 表示第 k 个隐藏层的可学习权重矩阵, d 和 d' 分别表示节点 i 在第 k 和第 $(k+1)$ 隐藏层处的维度。 $\vec{a}^{(k)}$ 表示学习的权重向量, LeakyReLU 函数用负输入斜率 $\alpha = 0.2$ (Veličković et al., 2017)。

利用注意系数 a_{ij}^k , 通过公式(1)更新模型中各节点的特征:

$$\mathbf{h}_{n_i}^{k+1} = g\left(\mathbf{W}^k \left(a_{ii}^k \mathbf{h}_{n_i}^k + \sum_{j \in N(n_i)} a_{ij}^k \mathbf{h}_{n_j}^k\right)\right), \quad (1)$$

式中 $g(\cdot)$ 表示激活函数, $N(n_i)$ 表示节点 i 的邻域节点, $\mathbf{h}_{n_j}^k \in R^d$ 表示节点 j 在第 k 个隐藏层处的特征, $\mathbf{h}_{n_i}^{k+1} \in R^{d'}$ 表示节点 i 在第 $(k+1)$ 个隐藏层处的特征。

然而, GAT 的注意力机制主要依赖节点特征计算权重, 未能将连接单元的关键物理属性纳入邻居节点重要性的评估之中。在桁架结构的有限元计算中, 单元不仅承担载荷传递作用, 其刚度特性也直接影响内力分布。基于此, 本文在 GAT 的消息传递机制基础上, 结合桁架结构的力学传递特性, 提出了一种新的 GNN 层, 以更准确地刻画结构响应。

图4展示了 GNN 层的消息传递过程, 由节点特征和边特征的更新构成。与传统 GAT 不同, 在消息传递阶段, GNN 同时聚合相邻节点和边的特征, 并通过更新函数将该聚合信息与原始中心节点特征整合来更新中心节点特征。GNN 的节点更新过程如下:

$$\mathbf{m}_{n_i}^{k+1} = \sum_{j \in N(n_i)} f_M(\mathbf{h}_{n_i}^k, \mathbf{h}_{n_j}^k, \mathbf{h}_{e_{ij}}^k), \quad (2)$$

$$\mathbf{h}_{n_i}^{k+1} = f_{\text{mu}}(\mathbf{h}_{n_i}^k, \mathbf{m}_{n_i}^{k+1}), \quad (3)$$

式中 f_M 表示消息传递函数, f_{mu} 表示节点更新函数。 $\mathbf{h}_{e_{ij}}^k \in R^d$ 表示边 e_{ij} 的特征, d 表示节点和边的隐藏特征维数, $\mathbf{m}_{n_i}^{k+1}$ 是来自相邻节点的聚合信息。

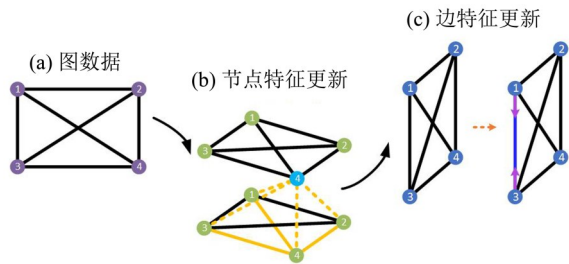


图4 GNN层中的消息传递

Fig. 4 Message passing in the GNN layer

GNN 层的消息传递函数基于受结构中实际力传递机制启发的注意力机制, 用于计算相邻节点和边信息的权重。公式(2)的具体内容如下所示:

$$\mathbf{m}_{n_i}^{k+1} = \sum_{j \in N(n_i)} f_M(\mathbf{h}_{n_i}^k, \mathbf{h}_{n_j}^k, \mathbf{h}_{e_{ij}}^k) = \sum_{j \in N(n_i)} a_{ij}^k (\mathbf{h}_{n_j}^k \oplus \mathbf{h}_{e_{ij}}^k),$$

式中 \oplus 表示拼接操作, a_{ij} 表示节点 n_j 和边 e_{ij} 的特征的关注系数。在桁架结构中, 每个节点都根据其相应单元的刚度分配来自相邻节点的传递力。因此, 本文采用一个可训练向量 $\mathbf{Q} \in R^d$, 以自适应地获得相邻节点及其对应元素的加权系数。加权系数 a_{ij} 可以使用公式(4)计算:

$$\begin{cases} a_{ij}^k = \frac{\exp[\text{LeakyReLU}(e'_{ij})]}{\sum_{r \in N(n_i)} \exp[\text{LeakyReLU}(e'_r)]}, \\ e'_{ij} = \mathbf{Q}^{(k)\text{T}} \mathbf{h}_{e_{ij}}^k, \quad j \in N(n_i), \end{cases} \quad (4)$$

式中 e'_{ij} 表示 n_i 到 n_j 的重要性。

在所提出的 GNN 层中, 节点更新函数 f_{mu} 利用单层前馈神经网络和公式(3)可以被重写为

$$\mathbf{h}_{n_i}^{k+1} = g\left(\mathbf{W}_n^k \left[\left(\mathbf{h}_{n_i}^k \oplus \mathbf{h}_{e_{ii}}^k\right) + \mathbf{m}_{n_i}^{k+1}\right] + \mathbf{b}_n^k\right),$$

式中 $g(\cdot)$ 表示 ReLU 激活函数, \mathbf{W}_n^k 和 \mathbf{b}_n^k 分别是节点更新函数第 k 层的学习权重和偏置项。由于 $\mathbf{h}_{e_{ii}}^k$ 在桁架结构中没有物理意义, 本文将其定义为与 $\mathbf{h}_{e_{ij}}^k$ 具有相同维数的零向量。

因此, GNN 层中节点特征的更新过程为

$$\mathbf{h}_{n_i}^{k+1} = g\left(\mathbf{W}_n^k \left[\left(\mathbf{h}_{n_i}^k \oplus \mathbf{h}_{e_{ii}}^k\right) + \sum_{j \in N(n_i)} a_{ij}^k (\mathbf{h}_{n_j}^k \oplus \mathbf{h}_{e_{ij}}^k)\right] + \mathbf{b}_n^k\right).$$

桁架结构的单元内力取决于其两个端部节点处的力, 因此 GNN 层利用其两个端部节点的特征来更新边特征。该运算符可以由公式(5)表示:

$$\mathbf{h}_{e_{ij}}^{k+1} = g\left(\mathbf{W}_e^k \left[\mathbf{h}_{e_{ij}}^k + \mathbf{h}_{n_i}^{k+1} + \mathbf{h}_{n_j}^{k+1}\right] + \mathbf{b}_e^k\right), \quad (5)$$

式中 $g(\cdot)$ 表示 Softmax 激活函数, \mathbf{W}_e^k 和 \mathbf{b}_e^k 分别表示边更新函数第 k 层的学习权重和偏置项。

综上所述, GNN 层通过融合节点和边的特征, 能够从图中提取更为丰富的信息。所提出的注意力机制通过模拟结构内部的实际力分布, 更全面地捕捉到了节点和边之间的复杂关系。

2.3 代理模型计算流程

如图5所示, GNN 模型的整体架构由编码器、GNN 层和解码器组成。编码器将节点和边的特征映射到高维特征空间。GNN 层通过注意力机制处理这些高维特征, 并结合结构的拓扑信息, 生成更深层次的特征表示。最后, 解码器基于这些深层特征进行结构响应的预测。

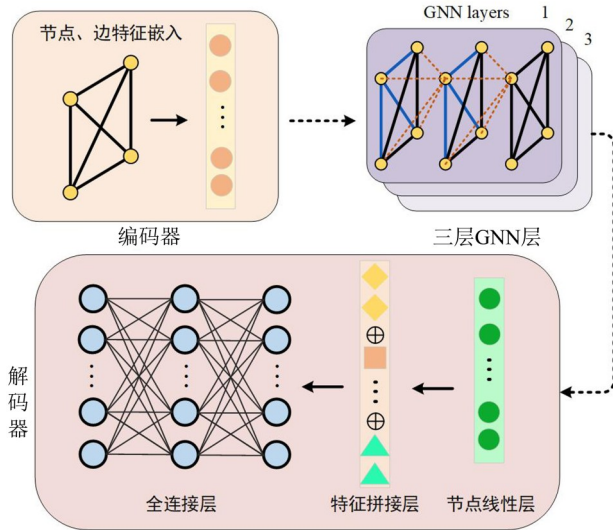


图5 GNN模型流程图

Fig. 5 Flow chart of the GNN model

编码器利用单层前馈神经网络对桁架结构的图表征进行处理,将节点和边的特征嵌入到高维空间,以充分挖掘结构信息。随后模型采用三个GNN层处理节点和边的高维特征,通过邻接矩阵获取结构的拓扑特征,并结合注意力机制捕获节点与边之间的复杂相关性。在模型中引入跳跃连接以提高边特征的重要性,并在除第一层之外的每一层添加初始高维边特征。由于第一层的输入已经包含了边特征,因此无需进行额外的加法操作。经过GNN层聚合后的节点特征被当作解码器的输入,用于预测桁架结构中节点的位移。解码器通过线性层降低GNN层中节点特征的维度,从而简化模型的复杂度。生成的节点特征经过拼接操作增强其特征表示后,输入到多层感知器(MLP)中,以预测桁架结构节点的位移。这个过程表示为

$$\mathbf{h}_{n_i}^{m+1} = \mathbf{W}^m \mathbf{h}_{n_i}^m + \mathbf{b}_m,$$

$$\mathbf{h}_n^p = \text{MLP}(\mathbf{h}_{n_1}^{m+1} \oplus \mathbf{h}_{n_2}^{m+1} \dots \oplus \mathbf{h}_{n_t}^{m+1}),$$

式中 $\mathbf{h}_i^m \in R^d$ 表示由 GNN 聚合的节点 i 的特征, $\mathbf{h}_{n_i}^{m+1} \in R^d$ 表示由节点线性层处理的节点 i 的特征, t 是节点的总数, $\mathbf{h}_n^p \in R^{t \times d_p}$ 表示预测节点位移,其中 d_p 是预测节点响应的维度。

由上述流程可见,模型通过编码器丰富了节点和边的特征,在特征嵌入阶段构建了具有实际意义的初始特征空间,并在图神经网络层中结合结构的物理信息与拓扑特征,有效捕捉设计变量之间的复杂交互关系。随后,解码器将这些空间特征映射到响应域,生成高保真的结构响应预测。该“编

码器-GNN层-解码器”的训练框架结合注意力引导的特征提取机制,增强了模型对深层结构特征的捕捉能力。

3 数值算例

本文选取结构优化领域中常用的三个算例,分别为包含 10 个变量的 10 杆桁架、19 个变量的 37 杆桁架和 27 个变量的 47 杆桁架,覆盖从低维到高维的结构问题,以全面评估模型在不同设计空间下的表现。同时,将本文所提出模型与 RBF、Kriging 和 ANN 3 种传统代理方法进行了对比。在 GNN 的训练过程中,隐藏层大小设置为 256,学习率为 0.001,并使用 Adam 优化器作为优化算法(Cao et al. 2024)。为减少模型性能的随机波动,本研究采用了 10 次独立运行的平均预测精度作为性能评估依据,并使用均值绝对百分比误差(MAPE)作为评价指标,以确保评估结果的稳定性和可靠。

$$\text{MAPE} = \frac{100}{M \times m} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^m \left| \frac{\hat{\delta}_{j,i} - \delta_{j,i}}{\delta_{j,i}} \right|,$$

其中 m 表示桁架的总自由度, M 表示测试集的大小, $\hat{\delta}_{j,i}$ 和 $\delta_{j,i}$ 分别表示第 j 个结构的第 i 个自由度的预测位移和实际位移。

3.1 10 个设计变量的 10 杆桁架

10 杆平面桁架的结构布局如图 6 所示,其中杆件长度 $L=9.1$ m,外部载荷 $F=444.8$ kN。材料的密度和弹性模量分别为 $2\,768.0$ kg/m³ 和 69.0 GPa。设计变量是 10 个桁架单元的横截面积,其取值范围限定为 $6.5 \sim 64.5$ cm²。在训练过程中,所采用的训练数据集规模从 100 到 500 之间变化,同时额外保留了一个固定的 3 000 个样本集用于评估训练模型的预测精度。

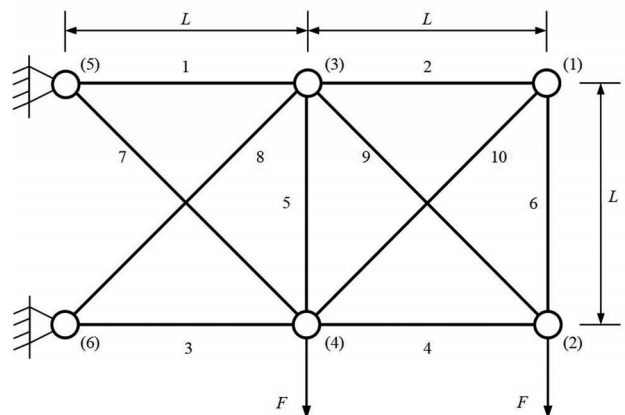


图6 10杆平面桁架初始布局及编号

Fig. 6 Initial layout and numbering of the 10-bar planar truss

图7对比了本文所提出的GNN模型与3种传统代理模型的预测误差。结果表明,GNN模型的MAPE显著低于Kriging和RBF模型,且与ANN模型表现出大体相当的性能。随着训练样本数量的增加,Kriging和RBF模型的精度提升有限,而GNN和ANN模型则呈现出显著的精度提升。当训练集规模为100时,GNN的MAPE略高于ANN模型。这可以归因于训练数据不足,限制了GNN模型捕捉桁架结构拓扑特征的能力。当样本量达到并超过200时,GNN模型在所有方法中获得了最低的MAPE值。

表1列出了4种模型使用300个样本的统计结

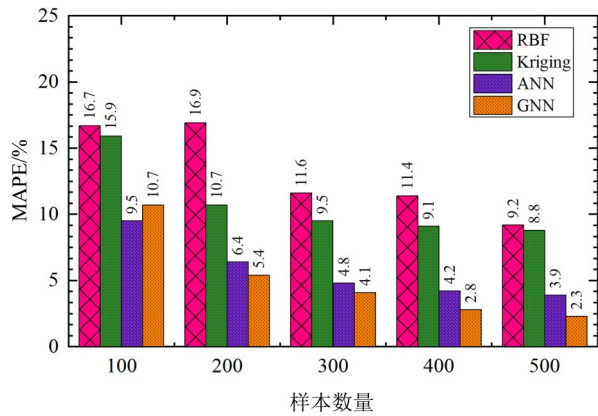


图7 不同方法对10杆桁架的MAPE

Fig. 7 The MAPE of various methods for the 10-bar truss

果比较。GNN模型的平均MAPE最低,为4.1%;比RBF、Kriging和ANN分别低7.5%、5.4%和0.7%。GNN的最佳和最差MAPE分别为2.9%和5.6%,显著低于RBF和Kriging模型。尽管ANN模型拥有最小的标准差和最差MAPE,但与GNN相比,它产生的平均MAPE值更高。RBF模型不仅获得最高的平均MAPE,而且具有最大的标准差。这些结果表明,与传统的代理模型相比,GNN在这个10维问题上表现出明显的改进。

表1 10杆桁架不同代理模型的结果比较

Table 1 Comparison of the results of different surrogate

评价指标	Kriging	RBF	ANN	GNN
平均 MAPE	9.5	11.6	4.8	4.1
最佳 MAPE	8.7	10.5	4.4	2.9
最差 MAPE	10.4	14.5	5.4	5.6
标准差	0.6	1.2	0.3	1.0

3.2 19个设计变量的37杆桁架

图8展示了37杆平面桁架的配置情况,其中 $F=10\text{ kN}$ 。材料的密度和弹性模量分别为 $\rho=7800\text{ kg/m}^3$ 和 $E=210\text{ GPa}$ 。设计变量为19个桁架构件的横截面积,如表2所示,其范围为 $0.5\sim 12.5\text{ cm}^2$ 。

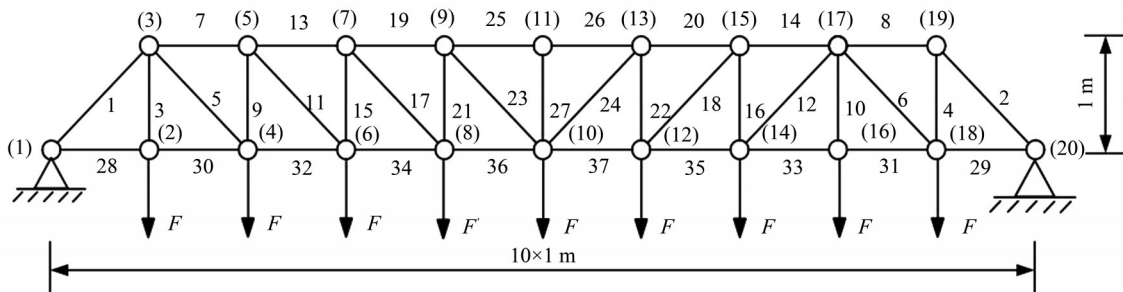


图8 37杆平面桁架初始布局及编号

Fig. 8 Initial layout and numbering of the 37-bar planar truss

表2 19个横截面积变量分组

Table 2 Grouping of 19 cross-sectional area variables

设计变量/cm ²	构件编号	设计变量/cm ²	构件编号	设计变量/cm ²	构件编号	设计变量/cm ²	构件编号
A1	1、2	A6	11、12	A11	21、22	A16	30、31
A2	3、4	A7	13、14	A12	23、24	A17	32、33
A3	5、6	A8	15、16	A13	25、26	A18	34、35
A4	7、8	A9	17、18	A14	27	A19	36、37
A5	9、10	A10	19、20	A15	28、29		

GNN 模型与 3 种传统代理模型在 MAPE 上的对比结果见图 9。结果表明,所提出的 GNN 模型相较于传统模型,显著降低了预测误差。随着样本数量的增加,Kriging 和 RBF 模型的 MAPE 值仅略有下降,而 GNN 和 ANN 模型则表现出明显的误差降低趋势。尽管 ANN 模型的预测误差低于 Kriging 和 RBF 模型,但与 GNN 模型相比,其误差仍较高。当样本数量为 200 时,Kriging 模型的 MAPE 值最高,达到 25.1%;而 GNN 模型的 MAPE 值显著较低,仅为 13.6%,明显优于 RBF(24.7%)和 ANN(21.2%)模型。这些结果说明,GNN 模型在样本量有限的情况下,仍能保持较高的预测精度,并在样本规模扩大时持续降低预测误差。

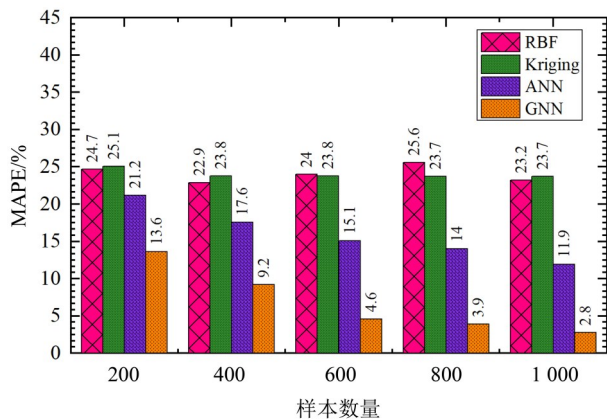


图 9 不同方法对 37 杆桁架的 MAPE

Fig. 9 The MAPE of various methods for the 37-bar truss

在 600 个样本的数据集下,4 种模型的性能对比如表 3 所示。结果表明,GNN 模型的平均 MAPE 值最低,为 3.4%;相比于 ANN、Kriging 和 RBF 模型,分别降低了 9.5%、15.5% 和 17.8%。此外,GNN 模型的最佳和最差 MAPE 值分别为 3.2% 和 3.6%,均显著低于其他 3 种传统代理模型。GNN 模型还展现出最好的稳定性,优于 ANN、RBF 和 Kriging 模型,后者的性能则依次递减。特别地,RBF 模型的平均 MAPE 值最高,而 Kriging 模型则表现出最大的标准差。由此可见,Kriging 和 RBF 在处理 19 维问题时面临较大挑战,而所提出的 GNN 模型能够在复杂情境中脱颖而出,展现出良好的性能。

3.3 27 个设计变量的 47 杆桁架

图 10 展示了由 22 个节点和 47 个杆件组成的桁架结构。该桁架的材料密度为 $8\ 304\ \text{kg/m}^3$,弹性模量为 $206.8\ \text{GPa}$ 。在节点 17 和 22 处均施加了双重轴向荷载作用,其中水平向右的集中荷载大小为 $26.7\ \text{kN}$,垂直向下的集中荷载大小为 $62.3\ \text{kN}$ 。设

表 3 37 杆桁架不同代理模型结果的比较

Table 3 Comparison of the results of different surrogate models for a 37-bar truss

评价指标	Kriging	RBF	ANN	GNN
平均 MAPE	23.8	24.0	15.1	4.6
最佳 MAPE	22.9	20.1	14.2	3.1
最差 MAPE	24.3	33.9	16.1	7.0
标准差	0.5	0.5	0.6	1.0

计变量为各杆件的横截面积,变化范围为 $0.7\sim 19.4\ \text{cm}^2$,并根据表 4 划分为 27 个类别。训练数据集的样本量从 600 到 1 800 不等,以评估模型在不同样本规模下的性能表现。

图 11 对本文所提出的 GNN 模型与 3 种传统代理模型的预测误差进行了比较。与 37 杆桁架的情况类似,GNN 模型在性能上显著优于其他 3 种传统代理模型。在样本量为 600 时,Kriging 模型的 MAPE 最高,达 51.7%;而 GNN 模型的 MAPE 为 10.2%,远低于 ANN 的 21.8% 和 RBF 的 30.4%。尽管所有模型的 MAPE 值随着样本数量的增加而逐渐降低,Kriging 和 RBF 模型在达到性能平稳期后,MAPE 值依然维持在较高水平。相比之下,ANN 模型的预测误差有显著下降,但仍高于 GNN 模型。至样本量为 1 800 时,GNN 模型的 MAPE 降至 4.6%,显著优于 Kriging (28.4%)、RBF (30.1%) 和 ANN (14.7%)。这些结果充分体现了 GNN 模型在预测精度方面的优越表现,尤其是在处理复杂结构时的性能优势。

在 1 200 个样本数据集下,4 种模型的统计结果如表 5 所示。与 Kriging (32.6%)、RBF (30.5%) 和 ANN (16.7%) 相比,GNN 模型表现出卓越的平均 MAPE,仅为 6.2%。此外,GNN 模型的最佳和最差 MAPE 值分别为 5.6% 和 7.3%,均为最低。相比之下,RBF 的最佳 MAPE 值最高 (27.4%),而 Kriging 的最差 MAPE 值为 33.6%。尽管 ANN 模型展现出最佳的稳定性,但其平均 MAPE 仍高于 GNN 模型。总体而言,与其他 3 种传统代理模型相比,GNN 模型在预测精度上有显著的提高。

4 结论

1) 传统代理模型,如 Kriging 和 RBF,忽略了结构的拓扑信息和物理约束,限制了模型在捕捉复杂结构行为方面的能力。相比之下,本文将结构的拓扑和物理信息转化为图数据,构建的 GNN 模型能够

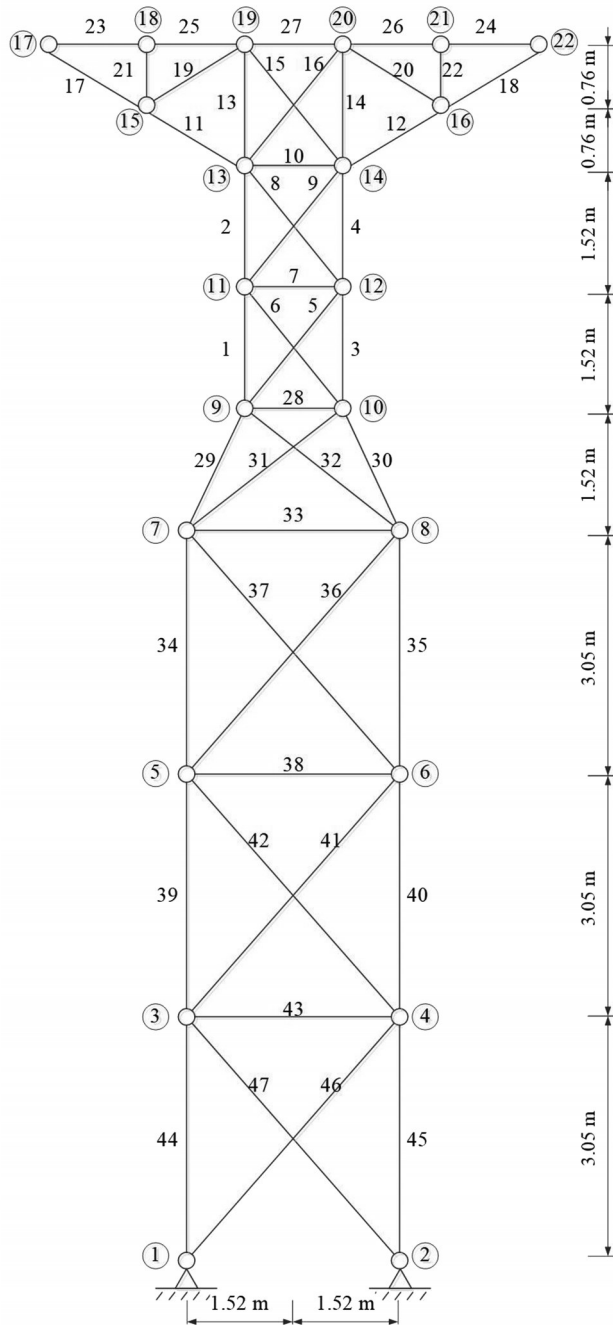


图 10 47 杆平面桁架初始布局及编号

Fig. 10 Initial layout and numbering of the 47-bar planar truss

全面捕捉结构特性,显著提升了处理高维复杂问题的能力。

2)随着训练样本数量的增加,GNN 模型的预测误差持续下降,并在问题维度升高的过程中依旧保持良好的稳定性和适应性,而传统模型的误差下降较慢,预测精度受维度增长影响较大。

3)GNN 模型在不同维度的精度预测方面皆优于传统代理模型,尤其在涉及高维、复杂结构的响应预测中,其优势更为突出。

4)尽管 GNN 模型在预测准确性上有显著提高,

表 4 27 个横截面积变量分组

Table 4 Grouping of 27 cross-sectional area variables

设计变量/cm ²	构件编号	设计变量/cm ²	构件编号
A1	1,3	A15	27
A2	2,4	A16	28
A3	5,6	A17	29,30
A4	7	A18	31,32
A5	8,9	A19	33
A6	10	A20	34,35
A7	11,12	A21	36,37
A8	13,14	A22	38
A9	15,16	A23	39,40
A10	17,18	A24	41,42
A11	19,20	A25	43
A12	21,22	A26	44,45
A13	23,24	A27	46,47
A14	25,26		

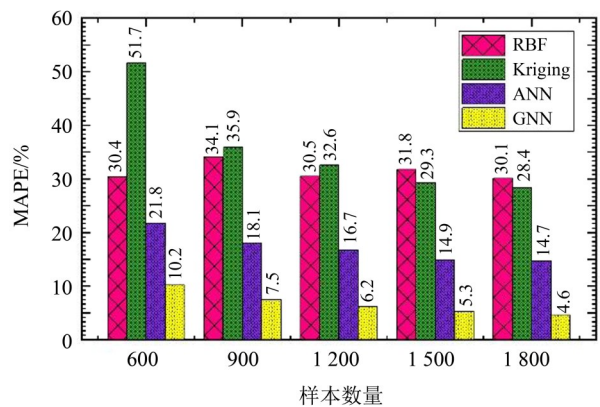


图 11 不同方法对 47 杆桁架的 MAPE

Fig. 11 The MAPE of various methods for the 47-bar truss

表 5 47 杆桁架不同代理模型结果的比较

Table 5 Comparison of the results of different surrogate models for a 47-bar truss %

评价指标	Kriging	RBF	ANN	GNN
平均 MAPE	32.6	30.5	16.7	6.2
最佳 MAPE	29.9	27.4	15.9	5.6
最差 MAPE	33.6	36.0	18.1	7.3
标准差	3.2	1.2	0.7	0.6

但注意力机制的引入增加了模型的复杂性。此外,所提出的 GNN 代理模型也适用于其他结构类型,以进一步提高计算效率。

参考文献:

- 鲍跃全, 李惠, 2019. 人工智能时代的土木工程[J]. 土木工程学报, 52(5):1-11.
- 樊健生, 杨晨, 张翀, 等, 2024. 工程结构超多维变量可微分智能优化方法研究[J]. 建筑结构, 54(19):59-65.
- 冯德成, 吴刚, 2022. 混凝土结构基本性能的可解释机器学习建模方法[J]. 建筑结构学报, 43(4):228-238.
- 韩小雷, 冯润平, 季静, 等, 2021. 基于深度学习的RC梁集中塑性铰模型参数研究[J]. 工程力学, 38(11):160-169.
- 毛凤山, 陈昌富, 朱世民, 2020. 代理模型方法及其在岩土工程中的应用综述[J]. 地基处理, 2(4):295-306.
- 宋凌寒, 王琛, 樊健生, 2024. 理论驱动的弹性结构体系图神经网络计算模型[J]. 工程力学, 41(2):25-34.
- 王胜利, 刘华, 郑山锁, 等, 2024. 一般大气环境下钢筋锈蚀深度的RBF神经网络预测模型研究[J]. 地震工程学报, 46(2):269-277.
- CAO H, LI M, NIE L, et al, 2024. Vertex-based graph neural network classification model considering structural topological features for structural optimization [J]. Comput Struct, 305: 107542.
- GILMER J, SCHOENHOLZ S S, RILEY P F, et al, 2017. Neural message passing for quantum chemistry [C]// International Conference on Machine Learning. Sydney, NSW, Australia: 1263-1272.
- GORI M, MONFARDINI G, SCARSELLI F, 2005. A new model for learning in graph domains [C]// IEEE International Joint Conference on Neural Networks. Montreal, QC, Canada: 729-734.
- HAMILTON W, YING Z, LESKOVEC J, 2017. Inductive representation learning on large graphs[C]// International Conference on Neural Information Processing Systems. Long Beach, California, USA: 1025-1035.
- KAVEH A, 2024. Optimal Design of Transmission Towers Using Genetic Algorithm and Neural Networks [M]. Cham: Springer: 285-310.
- KIPF T N, WELING M, 2016. Semi-supervised classification with graph convolutional networks [J]. arXiv:1609. 02907.
- LI Q, WANG Z, LI L, et al, 2023. Machine learning prediction of structural dynamic responses using graph neural networks[J]. Comput Struct, 289: 107188.
- LIU H, SONG L, XU L, et al, 2024. Response prediction and probabilistic analysis of the vehicle-ballasted track system considering track irregularity based on long-short term memory neural network[J]. Eng Appl Artif Intell, 133: 108604.
- LYU F, FAN X, DING F, et al, 2021. Prediction of the axial compressive strength of circular concrete-filled steel tube columns using sine cosine algorithm-support vector regression[J]. Compos Struct, 273: 114282.
- SCARSELLI F, GORI M, TSOI A C, et al, 2008. The graph neural network model [J]. IEEE Trans Neural Netw, 20(1): 61-80.
- SPERDUTI A, STARITA A, 1997. Supervised neural networks for the classification of structures [J]. IEEE Trans Neural Netw, 8(3):714-735.
- VELIČKOVIĆ P, CUCURULL G, CASANOVA A, et al, 2017. Graph attention networks [J]. Stat, 1050(20): 10-48550.
- XIA J, LIAO W, HAN B, et al, 2025. Intelligent co-design of shear wall and beam layouts using a graph neural network[J]. Autom Constr, 172: 106024.
- ZENG J, KIM Y H, QIN S, 2023. Bayesian model updating for structural dynamic applications combining differential evolution adaptive metropolis and Kriging model [J]. J Struct Eng, 149(6): 04023070.
- ZHAO Y, LIU Y, LIN Q, et al, 2024. A conditional generative model for end-to-end stress field prediction of composite bolted joints [J]. Eng Appl Artif Intell, 134: 108692.

(责任编辑 王海蓉)